Приложение 7 ОП ВО

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

ОМСКИЙ ФИЛИАЛ

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00FAFE158BB5C27E837F7CD02262122B3C
Владелец: Бахта Андрей Сергеевич
Действителен: с 20.04.2023 до 13.07.2024

УТВЕРЖДЕНА
решением Педагогического совета
(в составе ОП ВО),
протокол от 27.02.2023 г. № 8

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ФИНАНСЫ И КРЕДИТ
(наименование образовательной программы)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса

Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения
(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

Высшее, бакалавриат
(уровень образования)

38.03.01 Экономика
(код, наименование направления подготовки (специальности)

Бакалавр
(квалификация)

Очная, очно-заочная, заочная
(форма(ы) обучения)

Год набора: 2023

Омск, 2023 г.

Авторы-составители:
доцент кафедры экономики и управления Адельшин А.В., к.ф.-м.н., доцент

Заведующий кафедрой экономики и управления
Стаурский С.С., к.э.н., доцент

Начальник учебного отдела
Е.В. Малахова

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» рассмотрена и одобрена на заседании кафедры экономики и управления, протокол от «31» января 2023 г. № 5.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы....4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО....4
3. Содержание и структура дисциплины....5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине....8
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины....14
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине....16
6.1. Основная литература....16
6.2. Дополнительная литература....16
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы....16
6.4. Нормативные правовые документы....16
6.5. Интернет-ресурсы....17
6.6. Иные источники....17
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы....17

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС II – 1	Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	ПКр ОС II –1.1	Применяет дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код компонента компетенции	Результаты обучения (дескрипторы)
ПКр ОС II –1.1.1	**на уровне знаний:** знает теоретические основы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и линейных разностных уравнений (ЛРУ)
	на уровне умений: умеет решать прикладные задачи с использованием ОДУ и ЛРУ
	на уровне навыков: основные методы решения дифференциальных уравнений.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Дисциплина Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа (54 астрономических часа).

На контактную работу с преподавателем выделено 32 академических часа (24 астрономических часа), из них 16 академических часов (12 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 36 академических часов (27 астрономических часов); на промежуточную аттестацию – 4 академических часа (3 астрономических часа) для очной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 24 академических часа (18 астрономических часов), из них 8 академических часов (6 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 44 академических часа (33 астрономических часа); на промежуточную аттестацию – 4 академических часа (3 астрономических часа) для очно-заочной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 12 академических часов (9 астрономических часов), из них 6 академических часов (4,5 астрономических часов) лекций и 6 академических часов (4,5 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 56 академических часов (42 астрономических часа); на промежуточную аттестацию – 4 академических часа (3 астрономических часа) для заочной ф/о.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения изучается на 1 курсе во 2 семестре для студентов очной и очно-заочной форм обучения, на 2 курсе в 3-м семестре для заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин Б1.О.02 Математический анализ, Б1.О.03 Алгебра, а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных организациях.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – зачет.

3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений	10	2		2		6	*К, Кол*
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	10	2		2		6	*К, Кол*
Промежуточная аттестация		4						*За*
Всего		**72**	**16**		**16**		**36**	

*** формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).*

**** формы промежуточной аттестации: зачет (За).*

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	8	-		2		6	*К, Кол*
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений	8	2		2		4	*К, Кол*
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений	10	2		2		6	*К, Кол*
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка	8	-		2		6	*К, Кол*
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка	8	-		2		6	*К, Кол*
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений	8	-		2		6	*К, Кол*
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	10	2		2		6	*К, Кол*
Промежуточная аттестация		4						*За*
Всего		**72**	**8**		**16**		**44**	

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.						Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка	**8**	1		-		7	*К, Кол*
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	**8**	-		1		7	*К, Кол*
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений	**9**	2		-		7	*К, Кол*
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений	**9**	1		1		7	*К, Кол*
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого	**8**	-		1		7	*К, Кол*

	порядка							
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка	**9**	1		1		7	*К, Кол*
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений	**8**	-		1		7	*К, Кол*
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	**10**	1		1		7	*К, Кол*
Промежуточная аттестация		4						*За*
Всего		**72**	**6**		**6**		**56**	

Содержание дисциплины

Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющими переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного

однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Тема 7. Системы линейных разностных уравнений

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Текущий контроль успеваемости

4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Системы линейных разностных уравнений	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2

4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

Типовые оценочные материалы по теме 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

2. Найти общее решение: $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$

3. Найти общее решение: $(4x^3+6xy^2)dx+(6x^2y+e^y)dy=0$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющими переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).

3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

Типовые оценочные материалы по теме 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти общее решение: $y'''+5y''+4y'=0$

2. Найти общее решение: $y''-2y'=2x-8$

3. Найти общее решение: $y''+4y'+5y=40\cos 3x$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Типовые оценочные материалы по теме 3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Методом исключения найти общее решение системы ($y=y(x), z=z(x)$):

$$\begin{cases} y' = 1+4x-2y-4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы: $\begin{cases} \dot{x} = x-y+z, \\ \dot{y} = x+y-z, \\ \dot{z} = 2x-y. \end{cases}$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Типовые оценочные материалы по теме 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость: $\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x^3 \end{cases}$

2. Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости (x, y): $\begin{cases} \dot{x} = y + x - 4 \\ \dot{y} = 3y - x \end{cases}$

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение: $\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4 + 8x} - 2e^{y} \end{cases}$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

Типовые оценочные материалы по теме 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) = \frac{k+2}{k+1} y(k) + \frac{2}{k+3}$$

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Типовые оценочные материалы по теме 6. Линейные разностные уравнения второго порядка

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго порядка: $y(k+2) + y(k+1) - 2y(k) = 0$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение второго порядка: $y(k+2) - y(k) = \cos k$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Типовые оценочные материалы по теме 7. Системы линейных разностных уравнений

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второго порядка: $\begin{cases} x(k+1) = -6x(k) + 8y(k), \\ y(k+1) = -4x(k) + 6y(k). \end{cases}$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений: $\begin{cases} x(k+1) = -2x(k) - y(k) + 7k - 1, \\ y(k+1) = -4x(k) - 5y(k) + 2. \end{cases}$

3. Найти решение разностной задачи Коши: $\begin{cases} x(k+1) = 3x(k) + y(k) + 2k + 2, \\ y(k+1) = 2x(k) + 4y(k) + 2k + 1, \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
2. Решение подстановкой.
3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

Типовые оценочные материалы по теме 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных уравнений: $\begin{cases} x(k+1) = x(k) - 4y(k) + 2x(k)y(k) - 8, \\ y(k+1) = y(k) + 4y^2(k) - x^2(k). \end{cases}$

2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -\frac{1}{2}y(k) + \cos k\,, \\ y(k+1) = y(k) + y(k) + \sin k\,. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4.2. Промежуточная аттестация

4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС II – 1	Способен использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	ПКр ОС II –1.1	Применяет дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов

Компонент компетенции	Индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II – 1.1.1 Учится применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения	ПКр ОС II –1.1 Применяет дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов	Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений

4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является зачет в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на зачет вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по дисциплине следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

4.2.3. Типовые оценочные средства

Список вопросов для подготовки к зачету

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющими переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание

начальных значений).

14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.

16. Вариация постоянных.

17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).

19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

28. Решение подстановкой.

29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

Примерные варианты билетов для зачета

Билет №1

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

4. Решить разностное линейное уравнение первого порядка: $y(k+1) = \frac{k+2}{k+1}y(k) + \frac{2}{k+3}$

Билет №2

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Методом исключения найти общее решение системы $(y = y(x), z = z(x))$:
$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$
4. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:
$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$

Шкала оценивания

Критерии оценивания	Оценка
Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений	Зачтено
Демонстрирует не знание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать методы оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений	Не зачтено

4.3. Методические материалы

Процедура проведения зачета

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться учебная группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам обучающийся в случайном порядке.

Обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета обучающимся предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию студента ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании зачета) сдается на проверку преподавателю.

Проверка работ выполняется преподавателем после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний студента преподаватель может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется обучающимся в день его проведения после проверки письменных ответов.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ

Данный вид работы проверяет:

1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;

2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;

3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;

2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;

3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;

4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к коллоквиуму

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;

2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;

3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

Самоподготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;

2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;

3) тщательно изучить лекционный материал;

4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;

5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

а) получение книг в научном абонементе;

б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;

в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;

г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Вопросы для самостоятельной подготовки к лекционным и практическим занятиям

1. Определение дифференциального уравнения.
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
3. Теорема единственности.
4. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 5. Характеристическое уравнение. Решение уравнения второго порядка в случае различных действительных корней, кратных корней и комплексно сопряженных корней характеристического уравнения.
6. Линейные неоднородные уравнения второго порядка. Структура общего решения
7. Решить уравнение $yy' + x = 0$.
8. Решить уравнение $y'' - 3y' + 2y = 0$.
9. Решить уравнение $y'' + y = 0$.
10. Решить уравнение $7\ 12\ 1\ 2\ y'' - y' + y = x + x +$.
11. Решить уравнение $x\ y'' + 2y' + 5y = e$

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126716

2. Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/52071.html

3. Романко, В.К. Разностные уравнения : учебное пособие / В.К. Романко. — 3-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 115 с. — ISBN 978-5-9963-2661-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/70755

6.2. Дополнительная литература

1. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/433869

2. Высшая математика для экономистов: сборник задач: Учебное пособие / Бобрик Г.И., Гринцевичюс Р.К., Матвеев В.И., - 3-е изд., испр. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 539 с. (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплет 7БЦ/Без шитья) ISBN 978-5-16-010074-6. - Текст : электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/989742

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы

Не предусмотрено.

6.5. Интернет-ресурсы

Не предусмотрено.

6.6. Иные источники

1. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Кудрявцев Л.Д., - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 424 с.
2. Кудрявцев, Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды: Учебник / Кудрявцев Л.Д., - 4-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 444 с.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Дело, 2010.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2011.
5. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.
6. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука».- М.-2004
7. Филиппов, А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник: допущено М-вом образования РФ для студентов, обуч. по физико-математических направлениям и специальностям М.: КомКнига, 2007
8. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо материально-техническое обеспечение учебных аудиторий в зависимости от типа занятий: семинарского и лекционного типов, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: комплект специализированной учебной мебели, доска аудиторная, компьютерная техника, презентационное оборудование. Выход в Интернет и доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся. Комплект специализированной учебной мебели, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. https://urait.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт
2. http://www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «IPR SMART»
3. https://e.lanbook.com - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань»
4. https://new.znanium.com - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znanium.com».
5. https://ibooks.ru - Электронно-библиотечная система система [ЭБС] «Айбукс.ру/ibooks.ru»
6. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/russkoyazychnye-resursy/58-elibrary-ru - Научная электронная библиотека Elibrary.ru
7. http://www.edu.ru - Федеральный образовательный портал «Российское образование»
8. https://dlib.eastview.com – Информационный сервис «East View»

9. https://grebennikon.ru/ - Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников», содержит полные тексты научно-практических журналов по маркетингу, менеджменту, финансам и управлению персоналом.

10. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/49-ebsco-publishing – информационный ресурс EBSCO, содержащий издания по экономике, бизнесу, менеджменту и др.

11. https://rusneb.ru - Национальная электронная библиотека (НЭБ)

12. Справочно-правовая система «КонсультантПлюс».